Juhani Paananen: Saisiko olla kahvia eli hyytävä kertomus kahvikupin sydämestä

-"Krhm!… On ollut nyt jo pidempään vähän sellaista kylmää… Niin tai oikeastaan lämmintäkö nyt on ollut…? Hrmh!… Huomiseksi on vissiin sadetta luvassa… Vai oliko se eiliseksi…? Koronaakin on viime aikoina ollut liikkeellä…"

Tunnistat varmasti tilanteen itsekin. Olen joutunut kylään! Se on luonnollisesti kamalaa epäsosiaaliselle erakkoluonteelleni. Kahvipöydässä kaikki mahdolliset keskusteluaiheet on jo kauan sitten läpikoluttu. Yksi kuppi kahvia on juotu. Lisää tekisi mieli, mutta ymmärtääkö emäntä tai isäntä kaataa sitä lisää? Ei ymmärrä. Enkä ymmärrä, miksi ei?

Katselen kahvikuppini pohjalle ja yritän keksiä jotakin puhuttavaa. Eikö lisää kahvia tulekaan? Pitäisikö minun vain vilkaista kelloa ja kiittää ja nousta pöydästä ja katkaista hiljaisuus ikävällä kliseellä: "*ei, mutta kyllä meidän pitää nyt jo lähteä!*" ja kuulla sen jälkeen vielä ikävämpi klisee: "*mihinkäs teillä kiire on, juurihan te tulitte? Ettehän te ole olleet kuin 15 minuuttia?*" Rannekelloa voi tuijottaa jonkin aikaa, mutta sen jälkeen pitäisi keksiä jokin uusi klisee, mutta se olisi jo kuluneen, sovinnaisen sanonnan[1] väkinäistä esittämistä ja sellainen ei voi parhaimmillaankaan muuta kuin korkeintaan tuottaa lisää kliseitä.

Jatkan kuppini pohjan tarkastelua. Pyörittelen kuppia kädessäni. Siellä se näköjään jälleen on, tuo ärsyttävä sydämenmuotoinen kuvio. Siellä se tyhjyyttään ammottavan kupin pohjalla irvistelee minulle. Eikö isäntäväki todellakaan tajua, että näen sen? Eivätkö he käsitä, että kuppini on tyhjä ja evääni syöty keskusteluaiheidenkin suhteen?



Kuva 1. Tyhjä kahvikuppi. Vai onko?

Laulaa luikauttaisinko kaikkien riemuksi laulun: "*Saako täällä kahvia ja pullaa?*" En kehtaa. Sen sijaan yritän keskustella tai edes keksiä jotakin keskustelemista. Tarvitsen kipeästi lisää kahvia voidakseni kestää seuraavat hiljaiset, mutta sitäkin viipyilevämmät minuutit. Toivottavasti kukaan ei enää uudelleen lämmittele aihetta kylmästä ilmasta tai jäähdyttele tunnelmaa puhumalla lämpimästä ilmasta.

Voinko ottaa toisen pullan, vaikka kahvikuppini on tyhjä? En tietenkään voi. Tuijotan vain kuppini pohjalle. Keskustelunäänet ympärilläni häipyvät kuulumattomiin. Katson kupin pohjan kuviota ja se katsoo takaisin, suoraan kohti. Ikään kuin ilkkuen, pilkaten ja nöyryyttäen minua. Tuo kirottu tyhjän kahvikupin sydän. Mitä ihmettä? Sykkiikö se…?

Mistä on kyse? Miksi tuo kuvio sinne kupin pohjalle ilmestyy? Luultavasti kyse on kirouksesta. Itse en edes luule vaan tiedän sen. Mutta artikkelini loppuisi varsin lyhyeen, jos tyytyisin tähän ilmeiseen ja käytännössä uskottavimpaan selitykseen. Tästä on pakko kaivaa esille jotakin tieteellistä, edes näennäistä sellaista.

---

[1] *klisee, ranskaksi cliché, tarkoittaa "kulunut, sovinnainen sanonta" ("Uusi sivistyssanakirja", Otava 1969)*

Kyseessä on eräs mielenkiintoinen matemaattinen tasokäyrä, nimeltään kardioidi. Suomeksi se on mahdollista kääntää vaikkapa sydänkäyräksi[2], jos ei välitä nimen mahdollisesta sekaantumisesta sydänkäyrään[3]. Minä tietysti välitän, koska olen sydämellinen ihminen. Siksi puhunkin kardioidista silloin harvoin, kun kardioidista ylipäätään mitään puhun. Vielä harvemmin siitä mitään kirjoitan. Viimeksi näin tein parikymmentä vuotta sitten niihin aikoihin, kun olin viimeinkin saamassa graduni[4] valmiiksi.

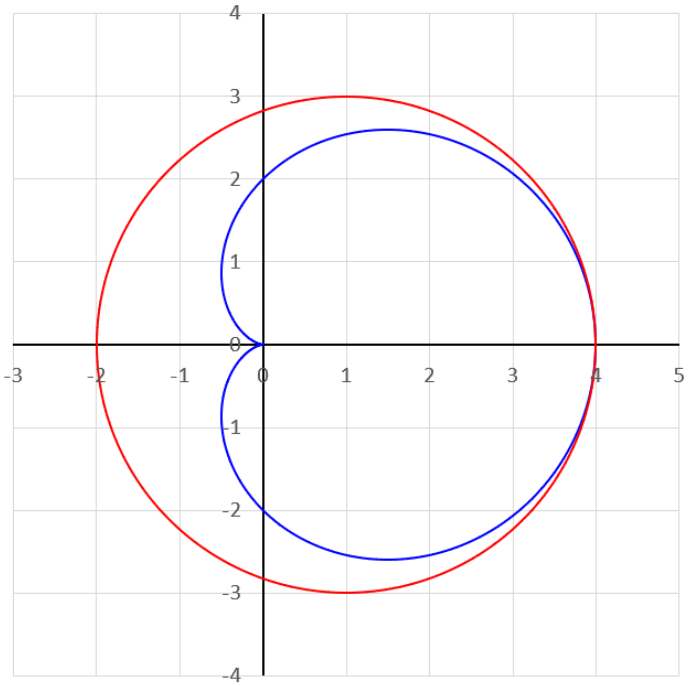
Kardioidia käsitteli matemaattisesti ensimmäisenä hollantilainen matemaatikko Jacobus Koërsma[5] vuonna 1689. Kyse on ns. neljännen asteen tasokäyrästä, jonka yhtälö voidaan ilmoittaa ainakin seuraavilla tavoilla:

- Polaarimuodossa $r = 2a \cdot (1 + cos\ \theta)$
- Parametrimuodossa $\begin{cases} x = 2a \cdot cos(t) \cdot \big(1 + cos(t)\big) \\ y = 2a \cdot sin(t) \cdot \big(1 + cos(t)\big) \end{cases}$, missä $-\pi \leq t \leq \pi$
- Karteesisessa muodossa $(x^2 + y^2 - 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$

Kuvassa 2 näkyvä punainen käyrä on 3-säteinen ympyrä, jonka keskipiste on pisteessä (1, 0). Sen sisällä on sininen kardioidi, jonka yhtälö on parametrimuodossa

$$\begin{cases} x = 2 \cdot cos(t) \cdot \big(1 + cos(t)\big) \\ y = 2 \cdot sin(t) \cdot \big(1 + cos(t)\big) \end{cases}$$

missä kulmamuuttuja t on yksikössä radiaani.



Kuva 2. Punainen ympyrä ja sen sisällä oleva sininen kardioidi.

Punainen ympyrä edustaa siis (valitettavan) tyhjää kahvikuppia ja sininen kardioidi sinne muodostuvaa kuviota. Miksi sinne sitten muodostuu moinen kuvio?

---

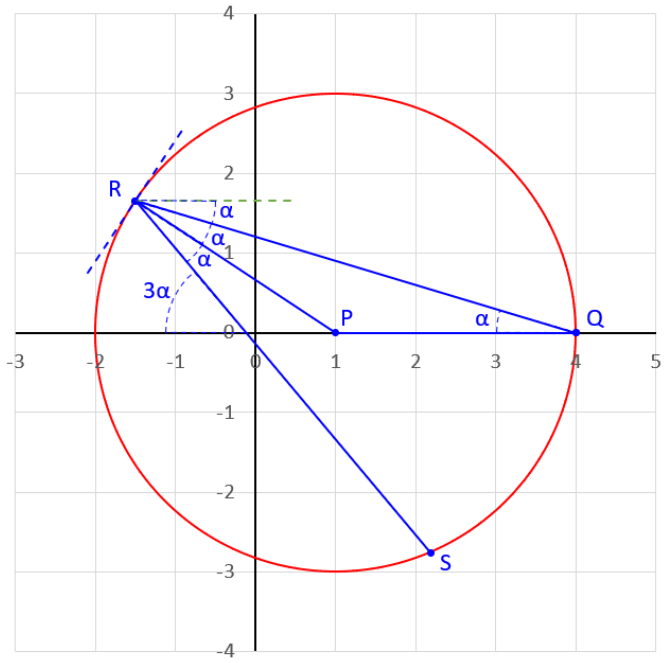
[2] kreikaksi καρδιά, kardia = sydän. Kardiologi on ”sydämen tuntija” eli sydänlääkäri. Uusi sivistyssanakirja senkin kertoo, vaikka ei olekaan enää uusi.

[3] EKG = elektrokardiogrammi. Siinäkin se καρδιά kummittelee.

[4] Paananen, Juhani: ”Erikoisia tasokäyriä, niiden historiaa ja sovelluskohteita”, pro gradu, Jyväskylän yliopisto 2002. En gradussani viitannut tähän artikkeliin, jota nyt 19 vuotta myöhemmin olen kirjoittamassa. Se on sääli, sillä olisin saanut siitä arvokkaan viittausmerkinnän ja akateemista meriittiä.

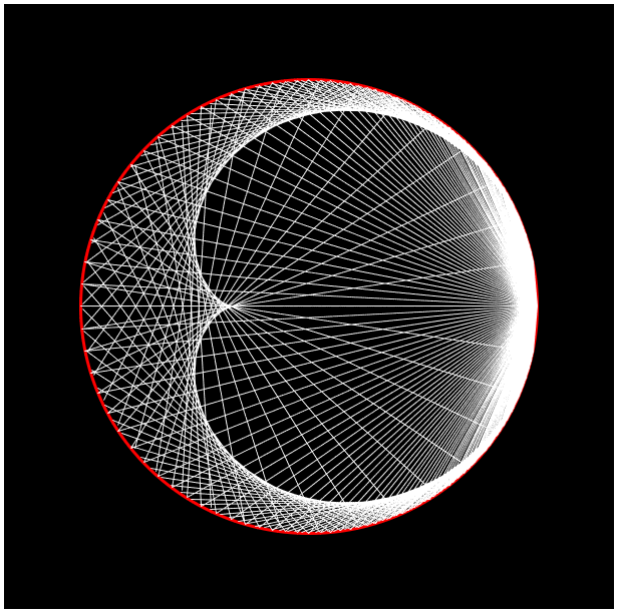
[5] J. Dennis Lawrence: A Catalog of Special Plane Curves, Dover Publications 1972.

Selitys piilee valonsäteiden heijastumisessa kupin seinämistä. Kuvassa 3 on esitetty, kuinka pistemäisestä valolähteestä Q lähtevä valonsäde osuu kupin reunan pisteeseen R ja heijastuu siitä edelleen pisteeseen S. Valonsäde jatkaa toki kulkuaan heijastuen pisteestä S edelleen, mutta kardioidi-kuvion kannalta olennainen on tapahtunut jo sitä ennen.



Kuva 3. Valonsäde lähtee pisteestä Q ja heijastuu pisteen R kautta pisteeseen S.

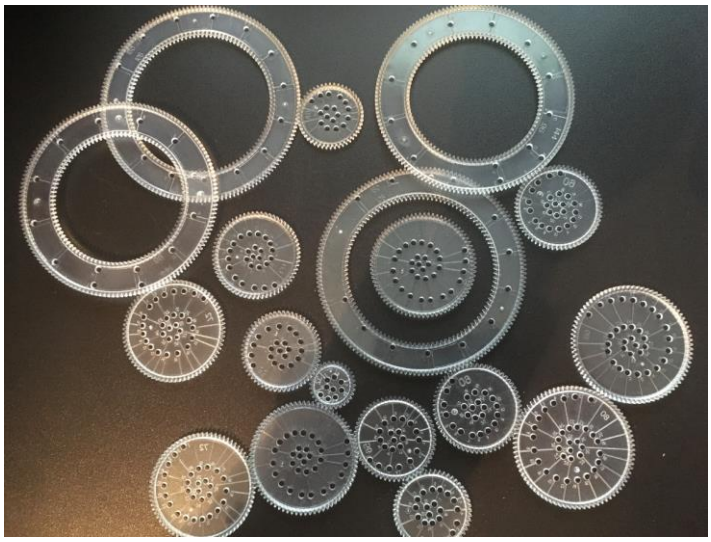
Näin käyttäytyy siis yksi yksittäinen valonsäde. Silmissäni kuitenkin vähitellen jo mustenee äärettömän kofeiinin puutteen vuoksi. En suinkaan näe vain yhtä valonsädettä vaan näen niitä monta. Turhankin monta. Kaikki ne yhdessä päättävät muodostaa kupin pohjalle hämähäkinverkkoa muistuttavan kuvion. Mitä enemmän valonsäteitä yhtyy tähän piinaavan riivattuun leikkiin, sitä selkeämmäksi kardioidikuvio muodostuu ja sitä mustemmaksi mieleni tummenee. Verkkokalvoilleni piirtynyt verkkosommitelma näkyy kuvassa 4[6].



Kuva 4. Valonsäteiden yhteistuumin kutoma verkko, jossa kauhistuttava kardioidi näyttäytyy.

[6] *Tulostamalla kuvan paperille saat kulutettua hämmästyttävän määrän tulostimen mustetta. Kokeile, jos et usko. Älä hämmästy, jos kokeilet.*

Synkkyyteen vaipuneena ja tyhjän kahvikuppini pohjalle tuijottaessain läikähtää lämmin muisto lapsuudestain syömmessäin. Vietin lapsuuttani muinaisella 1970-luvulla, jolloin ihmiset olivat yli 40 vuotta nuorempia kuin nykyisin ja siihen aikaan, ainakin Alajärven Kirkonkylän peruskoulun ala-asteella, osalla koululaisia oli repuissaan hauskoja Spirograph-piirustuslevyjä[7], joita minun repussani puolestaan ei ollut. Näiden kuvassa 5 näkyvien ympyränmuotoisten, hammastettujen muovilevyjen avulla moni sai piirrettyä erikoisia, säännöllisiä kuvioita, joita minä luonnollisesti en kyennyt piirtämään piirustuslevyttömän reppuni johdosta.



Kuva 5. Läjä Spirograph-piirustuskiekkoja.

Paljosta jäin paitsi. Tämä elämän jäytävä eriarvoisuus on niin kovin suuresti minua harmittanut ja sydämelleni käynyt, että hankin keväällä 2021 itselleni sellaiset piirustuslevyt vihdoinkin haltuuni[8]. Se ei välttämättä parantanut lainkaan elämäni laatua, mutta tulipahan edes korjattua eräs epäkohta elämänpolkuni taipaleella.

Jo 1970-luvulla luokkatoverini huomasivat, että kardioidi-kuvio syntyy ympyrän kehäpisteen muodostamana, kun kyseinen ympyrä kierii toisen samansäteisen ympyrän kehää pitkin[9]. Piirustuskiekolla tämä asia on melko helppo demonstroida laatimani YouTube-videon avulla (https://youtu.be/6GvV1gYBZ1A)

Jos olemme rehellisiä, niin meidän on pakko myöntää, että videolla suoritettava kardioidin piirtäminen tehdään toki jonkin verran huijaamalla. Piste, jonka liikettä siinä piirretään paperille, ei tarkkaan ottaen sijaitse ympyrän kehällä vaan pari millimetriä sivussa, mutta jos me antaisimme tämän häiritä elämäämme, kadottaisimme ilomme varsin nopeasti. Piirustuslevyjen tarkoitushan oli tuottaa riemua eloon ja arkeen.

Jos käytännöllinen video tuotti ahdistusta teoreettiselle sielulle, niin kuva 6 esittää vastaavan asian vailla pienintäkään käytännöllisyyden häivähdystä[10]. Keskellä oleva punainen ympyrä edustaa paikallaan pysyvää ympyräkiekkoa. Sen ympärillä olevat eriväriset, katkoviivalla piirretyt ympyrät puolestaan kuvaavat punaisen ympyrän reunaviivaa pitkin kiertyneen ympyräkiekon asemaa kiertymisen eri vaiheissa. Piirtämisen lähtöpisteenä on koordinaatiston origoon piirretty pieni punainen ympyrä. Tähän kehäpisteeseen asetettu kynä piirtää siistinsinisen kardioidin muotoisen käyrän.

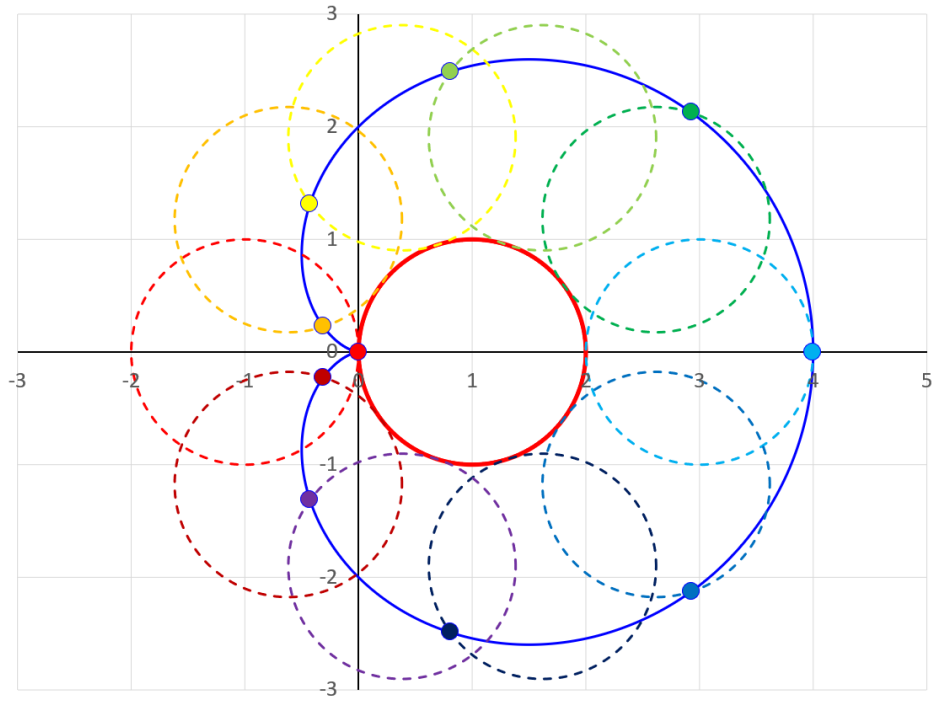
---

[7] En tosin mene takeisiin siitä, että nämä olisivat tuohon aikaan olleet nimeltään Spirograph-kiekkoja, mutta ainakin vuonna 2021 näitä piirustuslevyjä myydään tuolla nimellä.

[8] En muuten ole käynyt katkerana piirtelemässä Spirograph-käyriä vanhan kouluni ikkunoihin. Kyllä ne on tehnyt joku muu.

[9] ja myös minä, tosin yli 40 vuotta myöhemmin.

[10] Kulutin useita tunteja elämästäni piirtämällä tuota kuvaa Excelillä. Se on varsin epäkäytännöllinen ja suorastaan naurettava ajankäyttömuoto.



Kuva 6. Kardioidikuvio kahden samankokoisen ympyrän muodostamana.

Tässä on lisäksi syytä muistaa, että…

”*Voi, hyvänen aika! En ole muistanut kaataa lisää kahvia! Olkaapa hyvät!*”

Emännän ääni havahduttaa minut mietteistäni. Mitä nyt tapahtuu? Minähän istun edelleen kylässä ja kahvipöydässä! Olenko ollut kauankin muissa maailmoissa? Onko minulta mahdollisesti kysytty jotakin? Katson sivusilmällä vaimoani. Hän katsoo minua hämmästyneenä häpeän puna peittämässä jo ennestäänkin häpeästä punakoita poskiaan.



Kuva 7. Kahvikuppi sekä kohtuuttoman pienikokoinen donitsi.

Nyt kuppini on vihdoinkin täynnä höyryävää kahvia ja nappaan kiireesti käteeni myös donitsin. Tämä donitsi on ehkä turhan pieni jopa omaankin kokoonsa suhteutettuna. Olisiko syytä huomauttaa asiasta kitkerästi emännälle ja isännälle? No, jääköön nyt. Pitikin ottaa se kaikkein lähimpänä ollut, ylivoimaisesti pienin donitsi. Mikä mahtaa olla donitsin pinta-alan suhde lautasen pinta-alaan? Täytyypä joskus laskea se, nyt ei ole aikaa.

Tungen mitättömän donitsin kerralla suuhuni. Tärkeintä on kumminkin, että se kavala ja viekas sydän on kadonnut kahvikupistani. Se sai minut jo lähes menettämään järkeni. Juon kuppini kiireesti tyhjäksi ja ryhdyn sekä isäntäväen että itseni suureksi helpotukseksi lausumaan konemaisia ”*ei, mutta kyllä meidän pitää nyt jo lähteä*”-latteuksiani.

Vetäydyn pöydässä taaksepäin noustakseni. Mutta silloin näen sen. Ja se näkee minut! Kardioidi on työntymässä väkivalloin ulos kahvikupistani ja ehdin juuri ja juuri napata siitä valokuvan numero 8.



Kuva 8. Kardioidi tunkeutumassa kahvikupin seinämän lävitse.

Kuppi sinkoaa kädestäni. Se putoaa keittiön lattialaatoitukselle. En kuitenkaan näe sitä itse enää, mutta kuulen rikkoutuvan posliinikupin äänen takaani. Minulle huudetaan jotakin, mutta en saa sanoista selvää. Sydämeni hakkaa juoksuaskeleideni tahdissa. Joku juoksee jonkin aikaa perässäni, vaimoniko? En välitä siitä, sillä tahdon pois, pois, pois! Sydämeni pulssi hakkaa jyskyttäen ohimoissani. Eikö tämä ikinä lopu…?